# =Постановка задачи

Для решения двухфазной системы представляющей собой пленочной кипения недогретой жидкости на вертикальной пластине, в котором ось (x) направленна против направления силы тяжести, а ось (y) по нормали к поверхности пластины, необходимо решить достаточно большую систему дифференциальных уравнений. Основная цель такого моделирования заключается в определении характерных параметров получаемых полей скорости, температуры и давления для дальнейшего реалистичного построение модели теплообмена пленочного режима кипения. Основной способ решения системы дифференциальных уравнений сведем к решению задачи оптимизации. Для этого представим функцию ошибок, которую необходимо оптимизировать или нахождение минимального значения, следующим виде

(1)

В этом выражение под Qk представляет собой записи дифференциальных уравнений, которые нам необходимо решать, а Qk\* представляет собой ожидаемое значение при постановки дифференциальное выражения правильных параметров системы или другими словами это значение равняется нулю. Соответственно для определения точки минимума, необходимо взять частную производную по параметрам системы и приравнять получаемое значение к нулю. Записывается это следующим образом

(2)

где q – параметр системы такой как скорость, давления, температура. Как известно основная проблема в решение задачи оптимизации — это наличия множества возможных решений из-за множества точек минимума. По решению (2) в общем виде можно определить все возможные такие конфигурации системы, которые принимают минимальное значение и среди этих значений выбрать самое минимальное. Обычно в общем виде (2) не представляет возможности нахождение решения из-за чрезвычайно получаемого сложного выражения, что является основной проблемой в задачи оптимизации. В текущей постановки задачи такой проблемы не должно возникать так как для нахождения однозначного решения дифференциального уравнения необходимо рассматривать однозначные граничные и начальные условия, что в свою очередь мы определенным образом будет задано при решении. По этой причине решение дифференциальных уравнений в постановки задачи оптимизации является оправданным вариантом даже в случае нахождение только локального минимума, так как этот локальным минимум будет одновременно считаться глобальным минимум функции ошибок.

Теперь перейдем к самим дифференциальным уравнением, которые необходимо решать. Так как мы рассматриваем двухфазный поток со строгим разделам фаз, то получаемая система уравнения пишется одновременно для паровой и жидкой фазы. Сами получаемый вид дифференциального уравнения не зависит от размариваемой фазы. Из-за этого индексация по какой фазе будет рассматриваться дифференциальное выражение будет опускаться. Среди таких дифференциальных уравнений которые справедливы для паровой и жидкой фазы является уравнение неразрывности, Навье-Стокса и энергии.

Уравнение неразрывности записывается следующим образом

(3)

В этом выражение необходимо суммировать все это выражение по индексу (k), аналогично также будет происходить и последующих выражениях. Уравнение Навье-Стокса для проекции (i) записывается следующим образом

(4)

где δ – является дельта Кронекера или единичная матрица (тензор). Уравнение сохранение энергии записывается как

(5)

Это является тремя основными уравнениями, в котором используется в основном случае в данной задачи. Также необходимо рассмотреть условия совместности, которые возникают при контакте паровой и жидкой фазы. Такие условия записывается в положение нормали и касательной к межфазной границе. Первое такое условия вытекает из уравнения неразрывности

(6)

Второе и третье уравнение получается из уравнения Навье-Стокса относительно нормали и касательного направления

(7)

(8)

где H – кривизна поверхности; τ – тензор вязких напряжений. Касательных направлений может быть двух направлений в случае трехмерной постановки задачи. Последнее уравнение совместности получается из уравнения энергии

(9)

где q – тепловой поток; Δh – теплота парообразования. По индексу (k) необходимо выполнить суммирования по всем направлением рассматриваемой системой. C (3) по (9) представляют собой системой дифференциальных уравнений, в которой не хватает граничных и начальных условий для однозначного решения. В качестве начальных условия мы не будем их рассматривать, так как мы будем рассматривать стационарный вариант задачи, а значит все производные d/dt должны равняться нулю. Также в качестве упрощения будем рассматривать только двухмерную постановку задачи. В качестве граничных условий будем рассматривать следующие выражения, которые является однозначными

# Уравнение неразрывности

Получаемая дифференциальная запись выглядит следующим образом в случае двухмерной постановки для стационарного случая

# Уравнение Навье-Стокса

Перейдем теперь ко второму уравнению (4). Это уравнения записывается двух проекция по оси (х) и (у). Для начала запишем получаемое выражение на проекции (х)

(23)

Аналогично также запишем это выражение для проекции по оси (y)

(24)

# Уравнение энергии

Перейдем теперь к последнему сложному дифференциальному уравнению (5), которую необходимо достаточно сложно заменять дифференцирования и потом дальнейшее брать производные по значениям полей. Уравнение которое необходимо решать записывается следующим образом

Если это упростить, то получается следующая запись

(32)